

同時手番のゲームとナッシュ均衡

尾山 大輔

ミクロ経済学

2019 年 12 月 5 日

戦略的状況の分析

▶ 完全競争市場

市場価格を所与として、自分の便益 (効用, 利潤) のみを考えればよい.

→ 最適化問題のみで記述できる

▶ 独占市場

1 生産者のみ, 他の主体の行動を考えなくてよい

→ 最適化問題のみで記述できる

▶ 戦略的状況

他の主体の行動が自分の便益に直接影響する

→ 最適化 + 「他の主体の行動をどう予想するか」の理論 ... ゲーム理論

ゲーム理論と情報の経済学

- ▶ 同時手番のゲーム
- ▶ 時間を通じたゲーム
- ▶ 非対称情報

標準形ゲーム (Normal Form Games)

- ▶ プレイヤーの集合 $I = \{1, \dots, N\}$
- ▶ プレイヤー $i \in I$ の戦略集合 A_i
- ▶ プレイヤー $i \in I$ の利得関数 $g_i: A_1 \times \dots \times A_N \rightarrow \mathbb{R}$

これらを組にしたもの $(I, (A_i)_{i \in I}, (g_i)_{i \in I})$ を
 N 人ゲームの標準形表現, あるいは N 人標準形ゲームという.

(戦略形 strategic form ともいう.)

- ▶ 「戦略 (strategy)」のかわりに「行動 (action)」と呼んでもよい.
- ▶ より複雑なゲームでは「戦略」と「行動」は別物.
同時手番ゲームでは区別しなくてよい.

例：寡占(クールノー・ゲーム)

- ▶ プレイヤーの集合 $I = \{ \text{トヨタ, ホンダ} \}$
- ▶ 戦略 a_i : 生産量
- ▶ 戦略集合 A_i : 非負の実数全体
- ▶ 利得

$$\begin{aligned} g_1(a_1, a_2) &= \text{利潤} \\ &= P(a_1 + a_2)a_1 - C(a_1) \end{aligned}$$

ナッシュ均衡 (Nash Equilibrium)

2人ゲームで

$$u_1(a_1^*, a_2^*) \geq u_1(a_1, a_2^*) \quad (\text{すべての } a_1 \in A_1 \text{ に対して})$$

$$u_2(a_1^*, a_2^*) \geq u_2(a_1^*, a_2) \quad (\text{すべての } a_2 \in A_2 \text{ に対して})$$

が成り立つような戦略の組 (a_1^*, a_2^*) をナッシュ均衡 (Nash equilibrium) という.

- ▶ a_1^* は a_2^* の最適反応 (best response) に, a_2^* は a_1^* の最適反応になっている.
- ▶ つまり, 言葉で書くと, ナッシュ均衡とは

のこと.

考え方

a_i^* は「プレイヤー i の戦略」と「プレイヤー j のプレイヤー i の戦略に関する予想」を同時に表している。

ナッシュ均衡 (a_1^*, a_2^*) の考え方：

1. [戦略の最適性]

$$\begin{cases} a_1^* \text{ は予想 } a_2^e \text{ に対する最適反応} \\ a_2^* \text{ は予想 } a_1^e \text{ に対する最適反応} \end{cases}$$

2. [予想の整合性]

$$\begin{cases} a_1^* = a_1^e \\ a_2^* = a_2^e \end{cases}$$

(時間を通じたゲームでの「戦略」概念を習うときに思い出すこと。)

例1 囚人のジレンマ

- ▶ プレイヤーの集合 $I = \{ \text{囚人 1, 囚人 2} \}$ ($= \{1, 2\}$)
- ▶ 各プレイヤー i の戦略集合 $A_i = \{ \text{黙秘, 自白} \}$ ($= \{C, D\}$)
(協力 Cooperation, 裏切り Defection)
- ▶ 利得
 - ▶ 両者が黙秘すると, 各人とも刑期 1 年
 - ▶ 両者が自白すると, 各人とも刑期 3 年
 - ▶ 一方が黙秘し他方が自白すると, 自白した方は無罪放免, 黙秘した方は刑期 5 年
- ▶ 戦略が有限個ならば利得関数は「利得表」で表すことができる:

	C	D
C	-1, -1	-5, 0
D	0, -5	-3, -3

(利得の値の大小関係のみが重要)

ナッシュ均衡の求め方

利得表で表されている場合

- ▶ 最適反応に下線を引く
- ▶ 両方に下線が引いてある戦略の組がナッシュ均衡

囚人のジレンマ・ゲーム

	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>C</i>	-1, -1	-5, 0
<i>D</i>	0, -5	-3, -3

- ▶ ナッシュ均衡は

(「利得の組」ではなく「戦略の組」！！)

例1 囚人のジレンマ

	C	D
C	-1, -1	-5, 0
D	0, -5	-3, -3

囚人のジレンマ・ゲームにおいて：

- ▶ (C, C) は (D, D) よりパレート優位
 (D, D) は (C, C) よりパレート劣位
- ▶ ナッシュ均衡はパレート効率的でない
- ▶ パレート効率的な戦略の組は

例1 囚人のジレンマ

	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>C</i>	-1, -1	-5, 0
<i>D</i>	0, -5	-3, -3

ナッシュ均衡はパレート効率的とは限らない！

戦略的状况においては

↔ 完全競争市場 (アダム・スミスの「神の見えざる手」)

囚人のジレンマと本質的に同じ現象がたくさんある。

例えば：

▶ 価格競争

C:

D:

▶ 環境問題 (共有資源の利用)

C:

D:

▶ 軍拡競争

C:

D:

他にもたくさんあるはず。各自考えてみましょう。

⇒ この (抽象的な) ゲームを分析することによって多くの現象をいっぺんに考察できる。

「モデル分析」のご利益！

支配戦略

囚人のジレンマ

	C	D
C	-1, -1	-5, 0
D	0, -5	-3, -3

- ▶ このナッシュ均衡は特殊なナッシュ均衡：
相手が C でも D でも, C より D の方がより高い利得をもたらす.
- ▶ このとき,
「 D は C を支配する」「 C は D に支配される」
という.
- ▶ 他のすべての戦略を支配する戦略を支配戦略という.

厳密には強支配と弱支配を区別する.

- ▶ 相手のどんな戦略に対しても戦略 a の方が戦略 b よりも高いかまたは同じ利得をもたらす、かつ、相手の少なくともひとつの戦略に対しては a の方が b よりも厳密に高い利得をもたらすとき、「 a は b を弱支配する」という.
- ▶ 相手のどんな戦略に対しても戦略 a の方が戦略 b よりも厳密に高い利得をもたらすとき、「 a は b を強支配する」という.

定義により、「 a は b を強支配する」ならば「 a は b を弱支配する」.

囚人のジレンマにおいて、 D は C を強支配し、したがって、 D は強支配戦略である.

例2 チキン・ゲーム

$$I = \{\text{夫, 妻}\}$$

$$A_{\text{夫}} = A_{\text{妻}} = \{\text{家事をする, 家事をしない}\}$$

	する	しない	
する	2, 2	1, 3	ナッシュ均衡は
しない	3, 1	0, 0	

例 2' 両性の闘い

	後	先
後	0,0	1,3
先	3,1	0,0

ナッシュ均衡は

例3 協調ゲーム

	Mac	Win
Mac		
Win		

ナッシュ均衡は

例 3' 協調ゲーム

	<i>L</i>	<i>R</i>
<i>L</i>	1, 1	0, 0
<i>R</i>	0, 0	1, 1

ナッシュ均衡は

強支配される戦略の繰り返し削除

例

	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>R</i>
<i>T</i>	1, 4	1, 3	0, 2
<i>B</i>	0, 0	0, 2	4, 1

は に強支配される \Rightarrow を削除する！

は に強支配される \Rightarrow を削除する！

は に強支配される \Rightarrow が生き残る (ナッシュ均衡になっている)

注意

- ▶ 強支配される戦略の繰り返し削除によって生き残る戦略の組は一つとは限らない
チキン・ゲーム, 協調ゲームなど

ナッシュ均衡が実現する理由

- ▶ 合理的推論の結果

強支配戦略をもつゲーム (囚人のジレンマなど)

強支配される戦略の繰り返し削除によって生き残る戦略の組が一つになる
ゲーム

- ▶ 話し合いの結果

口約束なのに自発的に守られるようなもの (自己実現的な合意)

- ▶ 試行錯誤の行き着いた先