生産者理論

尾山 大輔

ミクロ経済学

2019 年 10 月 17 日

生産者理論

企業：単なるブラックボックスと見なす

$$\boxed{\text{生産要素市場}} \rightarrow \boxed{\text{企業}} \rightarrow \boxed{\text{生産物市場}}$$

企業は，利潤を最大化するように生産要素に対する需要量と生産物の供給量を決める：

$$\max_{y_1, y_2, \ldots, y_n} \quad p_1 y_1 + p_2 y_2 + \cdots + p_n y_n \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in (\text{生産可能性集合}) \tag{2}$$

- $y_j > 0 \Rightarrow$ 財 j は産出
  $y_j < 0 \Rightarrow$ 財 j は投入
- 価格 $p_1, p_2, \ldots, p_n$ は市場で決まっていて，企業は変えられないと仮定
  $\cdots$ Price-taker の仮定

  ($\longleftrightarrow$ Price-maker のケース $\cdots$ 不完全競争)

生産財が 1 つしかないケース (以下このケースを考える)

- 制約条件 (2) は「生産関数」を用いて表される：

$$F(\underbrace{x_1, \ldots, x_k}_{\substack{\text{投入} \\ x_1,\ldots,x_k \geq 0}}) = \underbrace{y}_{\substack{\text{産出} \\ y \geq 0}}$$

- このとき

$$(\text{利潤}) = \underbrace{py}_{\text{収入}} - (\underbrace{w_1 x_1 + \cdots + w_k x_k}_{\text{費用}})$$

  - p: 生産物価格
  - $w_1, \ldots, w_k$: 生産要素価格

短期と長期

- 短期 $\cdots$ 投入量が固定された生産要素がある
- 長期 $\cdots$ すべての生産要素の投入量が可変

典型的な想定 (2 生産要素)

- L: 労働 $\cdots$ つねに可変
- K: 資本 $\cdots$ 短期では固定

費用の内訳

短期のケース: $K = \bar{K}$ と固定

$$(\text{総費用}) = \underbrace{wL}_{\text{可変費用}} + \underbrace{r\bar{K}}_{\text{固定費用}}$$

(w: 労働賃金率, r: 資本レンタル率)

- 固定費用の内訳
  - 操業をやめたら回収できる費用
  - 操業をやめても回収できない費用 = サンク・コスト (埋没費用)

利潤最大化と費用最小化

利潤最大化問題の 2 つの解き方

- 利潤最大化問題をそのまま解く

$$\begin{aligned} \max_{y,x_1,\ldots,x_k} \quad & py - (w_1x_1 + \cdots + w_kx_k) \\ \text{s.t.} \quad & y = F(x_1,\ldots,x_k) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ 解：$x_1^*(p,w_1,\ldots,w_k),\ldots,x_k^*(p,w_1,\ldots,w_k)$ $\cdots$ 要素需要関数
$y^*(p,w_1,\ldots,w_k)$ $\cdots$ 供給関数

最大利潤：$\pi(p,w_1,\ldots,w_k)$ $\cdots$ 利潤関数

- 2 つの問題に分割する (1 文字固定法/予選決勝法)

1. 産出量 y を固定して費用最小化

$$\min_{x_1,\ldots,x_k} \quad w_1x_1 + \cdots + w_kx_k$$
$$\text{s.t.} \quad y = F(x_1,\ldots,x_k)$$

$\Rightarrow$ 解：$x_1^*(y,w_1,\ldots,w_k),\ldots,x_k^*(y,w_1,\ldots,w_k)$ $\cdots$ 条件つき要素需要関数

最小費用：$C(y,w_1,\ldots,w_k)$ $\cdots$ 費用関数

2. 産出量 y を動かして利潤最大化

$$\max_y \ py - C(y,w_1,\ldots,w_k)$$

$\Rightarrow$ 解：$y^*(p,w_1,\ldots,w_k)$ $\cdots$ 供給関数

費用最小化+利潤最大化の利点

- 分割することで細かい分析ができる
  - 限界費用曲線
  - 平均費用曲線
  - 平均可変費用曲線
  - 供給曲線
  - ...
- 費用最小化問題における仮定：生産要素市場で price-taker

$\Rightarrow$ 費用関数は，生産財市場が不完全競争のケースでも有効

流れ

- 生産関数の性質　(神取 2.2(a), 2.3(a)–(c)，奥野 2.3, 2.7)
- 利潤最大化
  - 供給関数/要素需要関数，利潤関数の性質　(神取 2.2(b), 2.3(c), 2.4，奥野 2.4)
  - 利潤と分配　(神取 2.5)
- 費用最小化+利潤最大化
  - 費用関数の性質　(神取 2.2(c)，奥野 2.5, 2.8)
  - 短期と長期の費用曲線　(神取 2.3(d)，奥野 2.10)
  - 供給曲線の図示　(神取 2.2(c)，奥野 2.6, 2.9)
  - 生産者余剰の図示　(神取 2.2(c))

生産関数の性質

生産関数 $F(L,K)$　(1 産出財，2 投入財のケース)

- 等量曲線：同じ産出量 y を与える (L,K) の軌跡 $\cdots$ 無差別曲線に相当
- 技術的限界代替率 (Marginal Rate of Technical Substitution)

$$
\begin{aligned}
MRTS_{LK}(\bar{L},\bar{K}) &= (\text{等量曲線の } (L,K)=(\bar{L},\bar{K}) \text{ における傾き}) \times (-1) \\
&= \frac{\dfrac{\partial F}{\partial L}(\bar{L},\bar{K})}{\dfrac{\partial F}{\partial K}(\bar{L},\bar{K})}
\end{aligned}
$$

- 限界生産性 (Marginal Productivity)

$$
MP_L(\bar{L},\bar{K}) = \frac{\partial F}{\partial L}(\bar{L},\bar{K}), \qquad MP_K(\bar{L},\bar{K}) = \frac{\partial F}{\partial K}(\bar{L},\bar{K})
$$

- 平均生産性 (Average Productivity)

$$
AP_L(\bar{L},\bar{K}) = \frac{F(\bar{L},\bar{K})}{\bar{L}}, \qquad AP_K(\bar{L},\bar{K}) = \frac{F(\bar{L},\bar{K})}{\bar{K}}
$$

規模に関する収穫 (Returns to Scale)
投入を一斉に t 倍したときに産出は t 倍より多いのか少ないのか

- 収穫逓減 $\cdots$ $F(tL, tK) < tF(L, K)$ (すべての (L, K), $t > 1$ に対して)
- 収穫一定 $\cdots$ $F(tL, tK) = tF(L, K)$ (すべての (L, K), $t > 1$ に対して)
- 収穫逓増 $\cdots$ $F(tL, tK) > tF(L, K)$ (すべての (L, K), $t > 1$ に対して)

注意

- モデルの背後に固定された生産要素 (土地や経営者の能力) がある場合は, 収穫逓減になりうる.
- 収穫逓増 $\Rightarrow$ 作れば作るほどもうかる $\cdots$ Price-taker の仮定と相容れない
  (完全競争の理論は収穫逓増を分析対象にしていない)

技術の凸性

曲面 $y = F(L, K)$ の下側の集合 (境界含む)

$$Y = \{(L, K, y) \mid y \leq F(L, K)\}$$

を生産可能性集合という

- Y が凸集合であるとき「技術は凸である」という
- 技術が凸 $\iff$ F が凹関数
- 技術が凸

$$\Longrightarrow \begin{cases} \text{限界生産性が逓減 or 一定} \\ \text{技術的限界代替率が逓減 or 一定} \quad (\iff F \text{ が準凹関数}) \\ \text{収穫逓減 or 一定} \end{cases}$$